Theoretische Grundlagen

Zusammenfassung des physikalischen Hintergrundwissens zum

Thema: Leichtathletik: Weitsprung

Schiefer Wurf

Der schiefe Wurf ist ein Bewegungsvorgang, bei dem ein Körper horizontale (v_x) und vertikale (v_y) Geschwindigkeit besitzt. Die resultierende Geschwindigkeit beider Komponenten wird als Vektor $\vec{v}$ bezeichnet. Alle Größen mit Index „0" beziehen sich auf den Zeitpunkt des Abflugs. Der Abflugwinkel wird α_0 genannt.

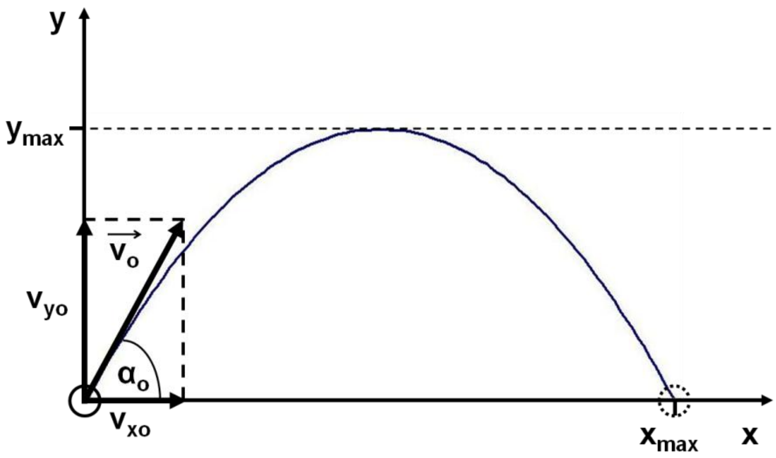

Abb. 1: Schiefer Wurf als Modell eines idealen Weitsprungs

Mathematische Zusammenhänge

Die Abfluggeschwindigkeit $\vec{v_0}$ hat den Betrag: $v_0 = \sqrt{{v_{x_0}}^2 + {v_{y_0}}^2}$

[Satz des Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck aus v_0, v_{x_0} und v_{y_0}]

Horizontale Geschwindigkeit: $v_{x_0} = v_0 cos(\alpha_0)$ [Winkelfunktion: $cos(\alpha_0) = \frac{v_{x_0}}{v_0}$]

Vertikale Geschwindigkeit: $v_{y_0} = v_0 sin(\alpha_0)$ [Winkelfunktion: $sin(\alpha_0) = \frac{v_{y_0}}{v_0}$]

Flugdauer, Flugweite

Für den zurückgelegten Weg s eines Körpers mit konstanter Geschwindigkeit v gilt allg.:

$$s = v \cdot t$$

In y-Richtung erfährt der Ball die Erdbeschleunigung g. Für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung gilt allgemein:

$$s = \frac{1}{2} g t^2$$

Für die zeitliche Entwicklung der y-Koordinate des Balls $y(t)$ gilt:

$$y(t) = v_{y_0} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Es handelt sich um eine Überlagerung aus einer gleichförmigen Bewegung nach oben $[s = v \cdot t]$ und einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung nach unten $\left[s = \frac{1}{2} g t^2\right]$.

Den Zeitpunkt der Landung erhält man durch die Bedingung $y(t) = 0$

Es folgt:

$$t_{Landung} = \frac{2v_{y_0}}{g} = \frac{2v_0 sin(\alpha)}{g}$$

Berechnung der Flugweite x_{max}: Einsetzen von $t_{Landung}$ in $s = v_{x0} \cdot t$

$$\Rightarrow x_{max} = \frac{2}{g} \cdot v_{x0} \cdot v_{yo} = \frac{2\, v_0^2 \cdot \cos(\alpha_0) \cdot \sin(\alpha_0)}{g}$$

Aus der Gleichung wird ersichtlich, dass die Sprungweite von der Absprunggeschwindigkeit und vom Absprungwinkel abhängt. Die Winkelabhängigkeit ist in Abb. 2 dargestellt. Der ideale Abwurfwinkel für eine maximale Flugweite x_{max} beträgt 45°. Dieser Winkel lässt sich durch Untersuchung der Extremstellen von $x_{max}(\alpha_0)$ berechnen.

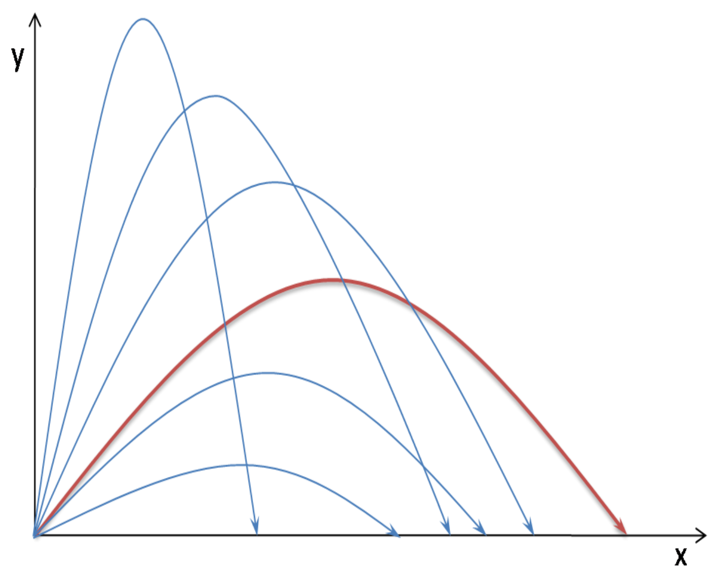

Abb. 2: Flugkurven bei verschiedenen Abwurfwinkeln (rot = 45°)

Absprunghöhe ≠ Landehöhe

Die Flugweite x_{max} nimmt zu, je höher der Abflugpunkt über dem Landepunkt liegt. Nimmt man den Körperschwerpunkt als Bezugspunkt für die Flugbahn, so sollte sich der Weitspringer beim Absprung möglichst groß machen und vor der Landung seinen Körperschwerpunkt möglichst absenken, um eine Bodenberührung hinauszuzögern.

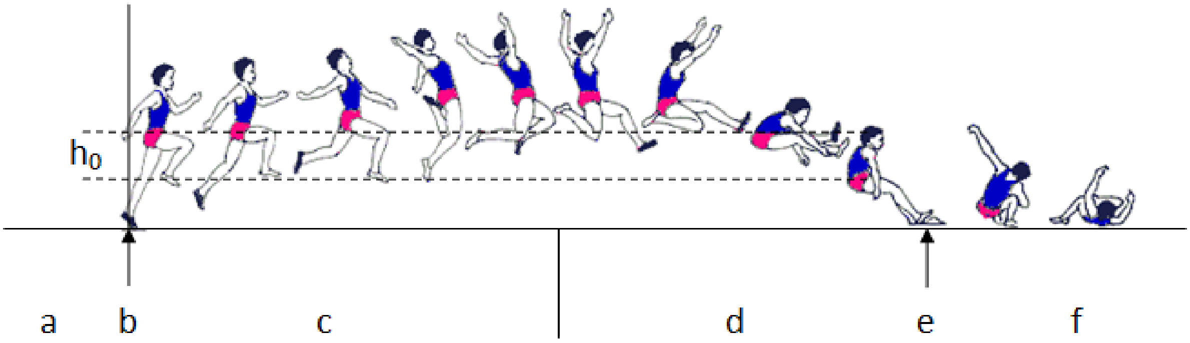

Abb. 3: Körperschwerpunktlage bei Absprung und Landung (www.sportunterricht.de)

In Abb. 3 ist ein typischer Weitsprung in die Phasen a-f eingeteilt. Die Phasen d-f zeigen den Landeprozess, h_0 ist die Höhendifferenz zwischen Absprung- und Landepunkt.

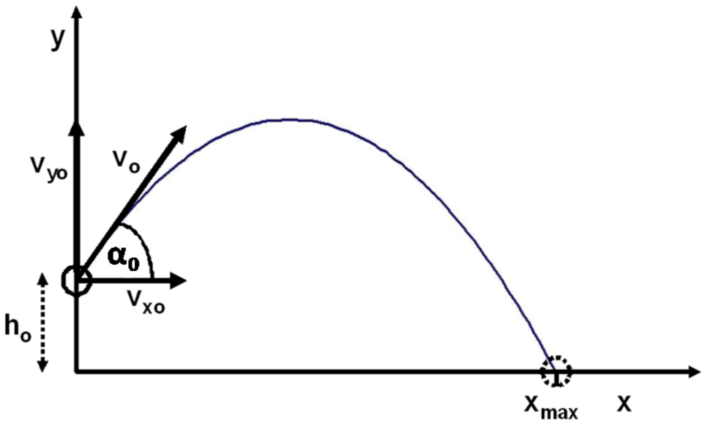

Abb. 4: Biomechanische Betrachtung des realen Weitsprungs

Zur Berechnung der Flugweite betrachtet man erneut die zeitliche Entwicklung der vertikalen Komponente, um die Flugdauer zu berechnen.

$$y(t) = h_0 + v_{y_0} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Den Zeitpunkt der Landung erhält man durch die Bedingung $y(t) = 0$

$$-\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_{y_0} \cdot t + h_0 = 0$$

$$t^2 - \frac{2v_{y_0}}{g} \cdot t - \frac{2h_0}{g} = 0$$

Die Lösung dieser quadratischen Gleichung berechnet man mit der Mitternachtsformel:

$$t_{1/2} = \frac{v_{y_0}}{g} \pm \sqrt{\frac{{v_{y_0}}^2}{g^2} + \frac{2h_0}{g}}$$

Nur die erste der beiden Lösungen ist positiv und damit physikalisch relevant:

$$t_{Landung} = \frac{v_{y_0}}{g} + \sqrt{\frac{{v_{y_0}}^2}{g^2} + \frac{2h_0}{g}}$$

Berechnung der Flugweite x_{max}durch Einsetzen von $t_{Landung}$ in $s = v_{x_0} \cdot t$:

$$\Rightarrow x_{max} = v_{x_0}\left(\frac{v_{y_0}}{g} + \sqrt{\frac{{v_{y_0}}^2}{g^2} + \frac{2h_0}{g}}\right) = \frac{v_0 \cdot \cos\alpha \cdot \left(v_0 \cdot \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \cdot (\sin\alpha)^2 + 2 \cdot g \cdot h_0}\right)}{g}$$

Körperschwerpunkt

Der Körperschwerpunkt (KSP) beschreibt eine Position im Raum zur vereinfachten Betrachtung der Kraftwirkung auf einen Körper. Dabei geht man davon aus, dass sich die gesamte Masse des Körpers im KSP befindet. Die Wirkung von Kräften auf den KSP wird dann mit der Wirkung auf den gesamten Körper gleichgesetzt.

Der KSP regelmäßig geformter Körper liegt auf deren Symmetrieachse – beispielsweise befindet sich der KSP einer Kugel im Kugelmittelpunkt, der eines Gymnastikstabes auf dem Streckenmittelpunkt. Der KSP kann, z.B. während der Landung beim Weitsprung, auch außerhalb des Körpers liegen (vgl. Abb. 5).

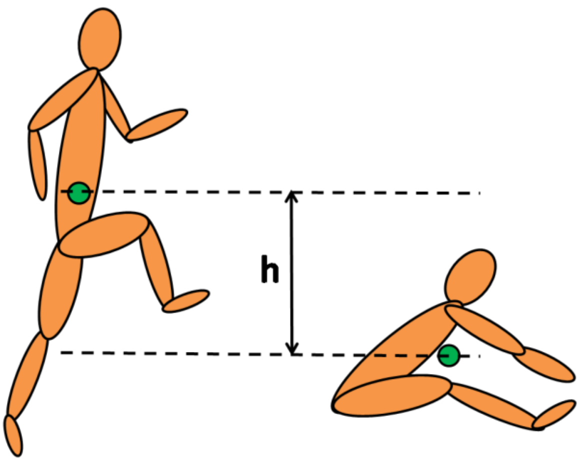

Abb.5: Absenken des KSP vor der Landung

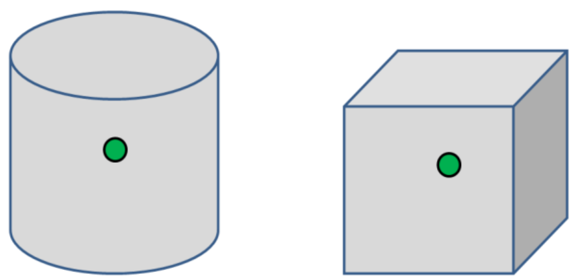

Abb. 6: KSP symmetrischer Körper

Impuls

Unter dem Impuls versteht man umgangssprachlich die „Wucht“ eines Körpers. Der Impuls $\vec{p}$ ist das Produkt aus der Masse m und der Geschwindigkeit $\vec{v}$.

$$p = m \cdot v$$

Die Einheit des Impulses ist $\left[\frac{kg \cdot m}{s}\right]$. In der Regel erfolgt eine Änderung des Impulses durch eine Geschwindigkeitsänderung, da die Masse des Körpers, z.B. eines Weitspringers, konstant ist.

Der Impuls beschreibt den Bewegungszustand des Körpers, er ändert sich durch eine Krafteinwirkung (z.B. Gewichtskraft, oder Luftwiderstandskraft). Eine Impulsänderung wird auch als Kraftstoß bezeichnet.

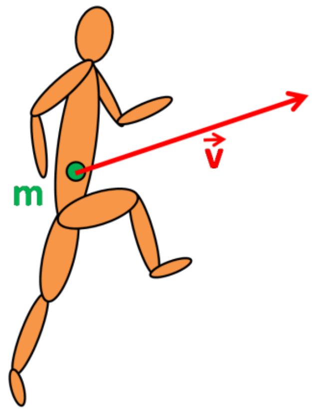

Abb. 7: Impuls eines Weitspringers nach dem Absprung

Kraftstoß

Aufgrund seiner biologischen Voraussetzungen kann der Athlet beim Weitsprung im Zeitpunkt seines Absprunges nicht den optimalen Winkel für maximale Weite erreichen. Die vertikale und horizontale Geschwindigkeitskomponente müssten für einen Winkel von 45° gleich groß sein.

Der Absprung lässt sich mit der physikalischen Größe „Impuls“ genauer analysieren.

Für eine Impulsänderung gilt:

$$\Delta p = m \cdot \Delta v$$

Die Impulsänderung wird auch als Kraftstoß bezeichnet.

Der Impuls p des Sportlers in vertikaler Richtung ist vor dem Absprung null ($p = 0$). Während des Absprungs vergrößert der Sportler seinen vertikalen Impuls, indem er sich vom Boden abstößt. Die Impulserhaltung ist dadurch nicht verletzt. Der „Impulsgewinn“ des Sportlers ist gleich dem „Impulsverlust“ der Erde, die ihre Geschwindigkeit aufgrund der großen Masse jedoch nur minimal ändert ($\Delta v = \frac{\Delta p}{m}$). Der Kraftstoß beim Absprung kann also als Impulsübertragung von der Erde auf den Sportler beschrieben werden.

p: Impuls
m: Masse
v: Geschwindigkeit
Δv: Geschwindigkeitsänderung
Δp: Impulsänderung
Δt: Zeitdifferenz
F: Kraft

Neben der Beschreibung des Kraftstoßes als Impulsänderung kann ein Kraftstoß auch als Krafteinwirkung über eine Zeitspanne interpretiert werden. Es gilt:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Durch Verknüpfen der Beziehungen folgt für die Geschwindigkeitsänderung:

$$\Delta v = \frac{F \cdot \Delta t}{m}$$

Anhand dieser Formel ist ersichtlich, dass durch die kurze Absprungdauer Δt die Geschwindigkeitsänderung begrenzt ist. Die Masse *m* ist für eine Person konstant und die Kraft F ebenfalls limitiert. In horizontaler Richtung kann der Athlet dagegen während des gesamten Anlaufs seine Geschwindigkeit vergrößern. Durch die längere Beschleunigungszeit wird die Endgeschwindigkeit deutlich größer.

Der Absprungwinkel sinkt deshalb auf ca. 18-24°.

