Theoretische Grundlagen

Zusammenfassung des physikalischen Hintergrundwissens zum

Thema: Leichtathletik: Kugelstoßen

Schiefer Wurf

Der schiefe Wurf ist ein Bewegungsvorgang, bei dem ein Körper horizontale (v_x) und vertikale (v_y) Geschwindigkeit besitzt. Die resultierende Geschwindigkeit beider Komponenten wird als Vektor $\vec{v}$ bezeichnet. Alle Größen mit dem Index „0" beziehen sich auf den Zeitpunkt des Abflugs. Der Abflugwinkel wird α_0 genannt.

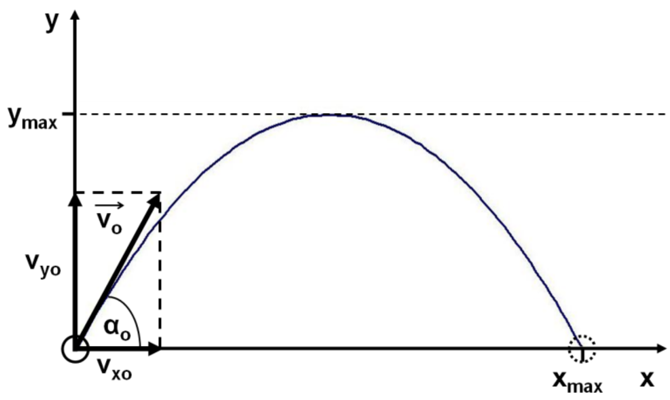

Abb. 1: Der schiefe Wurf

Mathematische Zusammenhänge

Die Abfluggeschwindigkeit $\overrightarrow{v_0}$ hat den Betrag: $v_0 = \sqrt{{v_{x_0}}^2 + {v_{y_0}}^2}$

[Satz des Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck aus v_0, v_{x_0} und v_{y_0}]

Horizontale Geschwindigkeit: $v_{x_0} = v_0 cos(\alpha_0)$ [Winkelfunktion: $cos(\alpha_0) = \frac{v_{x0}}{v_0}$]

Vertikale Geschwindigkeit: $v_{y_0} = v_0 sin(\alpha_0)$ [Winkelfunktion: $sin(\alpha_0) = \frac{v_{y0}}{v_0}$]

Flugdauer, Flugweite

Für den zurückgelegten Weg s eines Körpers mit konstanter Geschwindigkeit v gilt allg.:

$$s = v \cdot t$$

In y-Richtung erfährt der Ball die Erdbeschleunigung g. Für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung gilt allgemein:

$$s = \frac{1}{2} g t^2$$

Für die zeitliche Entwicklung der y-Koordinate des Balls $y(t)$ gilt:

$$y(t) = v_{y_0} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Es handelt sich um eine Überlagerung aus einer gleichförmigen Bewegung nach oben $[s = v \cdot t]$ und einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung nach unten $\left[s = \frac{1}{2} g t^2\right]$.

Den Zeitpunkt der Landung erhält man durch die Bedingung $y(t) = 0$

Es folgt:

$$t_{Landung} = \frac{2 v_{y_0}}{g} = \frac{2 v_0 sin(\alpha)}{g}$$

Berechnung der Flugweite x_{max}: Einsetzen von $t_{Landung}$ in $s = v_{x0} \cdot t$

$$\Rightarrow x_{max} = \frac{2}{g} \cdot v_{x0} \cdot v_{yo} = \frac{2\, v_0^2 \cdot \cos(\alpha_0) \cdot \sin(\alpha_0)}{g}$$

Der ideale Abwurfwinkel für eine maximale Flugweite x_{max} lässt sich durch Untersuchung der Extremstellen von $x_{max}(\alpha_0)$ berechnen.

Intuitiv und ohne das Einsetzen von Zahlenwerten lässt sich der Winkel wie folgt begründen:

Die Flugweite wird bei vorgegebenem $\overrightarrow{v_0}$ maximal, wenn das Produkt aus v_{x0} und v_{yo} maximal wird, da $\frac{2}{g}$ nicht vom Abwurfwinkel abhängig ist.

Das Produkt ist, geometrisch interpretiert, der Flächeninhalt eines Rechtecks mit den Seiten v_{x0} und v_{yo} und der Diagonalen $\overrightarrow{v_0}$ (vgl. Abb. 2). Der Flächeninhalt eines Rechtecks wird bei vorgegebener Diagonale maximal, wenn es ein Quadrat ist, also für den Winkel $\alpha_0 = 45°$. In Abb. 2 ist das linke Rechteck ein Quadrat, es hat den größeren Flächeninhalt.

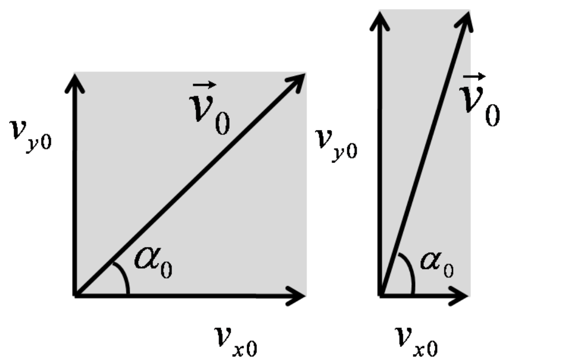

Abb. 2: Rechtecke mit gleicher Diagonale und verschiedenem Flächeninhalt

Abwurfhöhe ≠ Landehöhe

Die Wurfweite x_{max} nimmt zu, je höher der Abflugpunkt über dem Landepunkt liegt. Der ideale Abwurfwinkel für einen maximal weiten Stoß sinkt dann unter 45°.

Für die zeitliche Entwicklung der vertikalen Komponente gilt:

$$y(t) = h_0 + v_{y_0} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

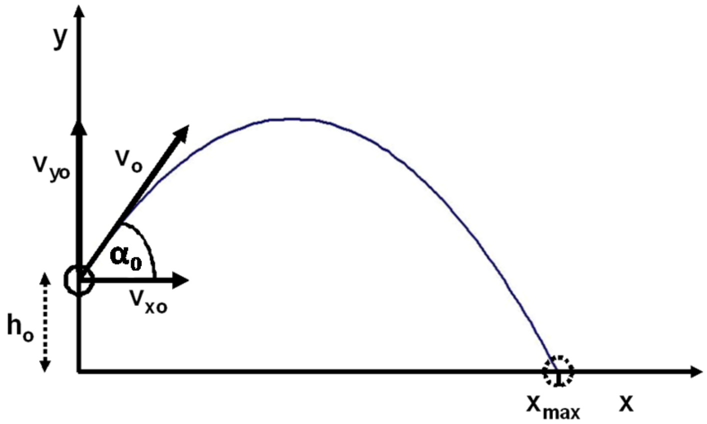

Abb. 3: Biomechanische Betrachtung des schiefen Wurfs
(Abwurfhohe ≠Landehöhe)

Den Zeitpunkt der Landung erhält man durch die Bedingung $y(t) = 0$

$$-\frac{1}{2}g \cdot t^2 + v_{y_0} \cdot t + h_0 = 0$$

$$t^2 - \frac{2v_{y_0}}{g} \cdot t - \frac{2h_0}{g} = 0$$

Die Lösung dieser quadratischen Gleichung berechnet man mit der Mitternachtsformel:

$$t_{1/2} = \frac{v_{y_0}}{g} \pm \sqrt{\frac{{v_{y_0}}^2}{g^2} + \frac{2h_0}{g}}$$

Nur die erste der beiden Lösungen ist positiv und damit physikalisch relevant:

$$t_{Landung} = \frac{v_{y_0}}{g} + \sqrt{\frac{{v_{y_0}}^2}{g^2} + \frac{2h_0}{g}}$$

Berechnung der Flugweite x_{max}: Einsetzen von $t_{Landung}$ in $s = v_{x_0} \cdot t$

$$\Rightarrow x_{max} = v_{x_0}\left(\frac{v_{y_0}}{g} + \sqrt{\frac{{v_{y_0}}^2}{g^2} + \frac{2h_0}{g}}\right) = \frac{v_0 \cdot \cos\alpha \cdot \left(v_0 \cdot \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \cdot (\sin\alpha)^2 + 2 \cdot g \cdot h_0}\right)}{g}$$

Impuls

Unter dem Impuls versteht man umgangssprachlich die „Wucht“ eines Körpers (z.B. einer Kugel). Der Impuls $\vec{p}$ ist das Produkt aus der Masse m und der Geschwindigkeit $\vec{v}$ eines Körpers.

$$p = m \cdot v$$

Der Impuls ist eine vektorielle Größe, er hat also eine Richtung.

Die Einheit des Impulses ist $\left[\frac{kg \cdot m}{s}\right]$. In der Regel erfolgt eine Änderung des Impulses durch eine Geschwindigkeitsänderung, da die Masse des Körpers konstant ist.

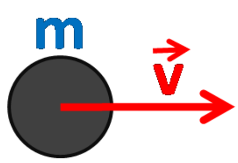

Abb. 4: Impuls Kugel

Der Impuls beschreibt den Bewegungszustand des Körpers, er ändert sich durch eine Krafteinwirkung (z.B. Gewichtskraft, oder Luftwiderstandskraft).

Koordination von Teilimpulsen

Ziel beim Kugelstoßen ist es, der Kugel einen maximal großen Impuls zu geben. Der Impuls wird vom menschlichen Körper auf die Kugel übertragen.

Eine einfache Impulsübertragung kann man am Beispiel zweier Kugeln veranschaulichen:

Trifft eine elastische Kugel frontal auf eine zweite, gleichartige Kugel (gleiches Material, gleiche Masse), so überträgt sie ihren Impuls komplett auf die andere Kugel. Diese Impulsübertragung ist in Abb. 5 dargestellt.

Treffen die Kugeln nicht frontal aufeinander (z.B. beim Billard) wird in der Regel nur ein Teil des Impulses übertragen. Ebenso verhält es sich bei Kugeln unterschiedlicher Masse.

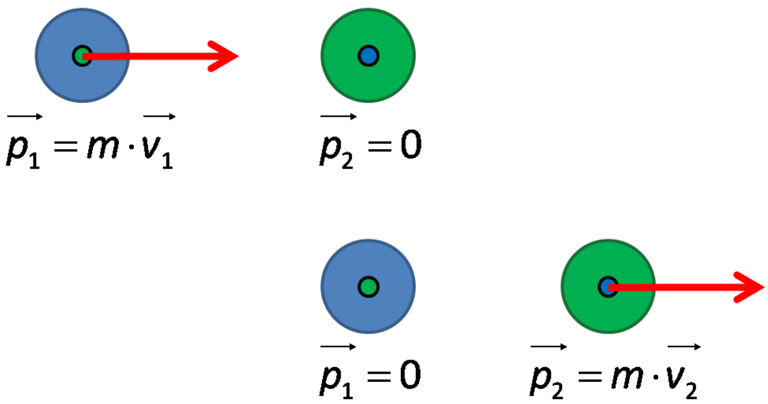

Abb. 5: Impulsübertragung zwischen zwei Kugeln gleicher Masse

Beim Kugelstoßen wird versucht, einen möglichst großen Impuls des Körpers auf die Kugel zu übertragen. Dies wird realisiert, indem die Einzelimpulse der Körpersegmente (z.B. Rumpf, Oberarm, Unterarm, Hand) zeitlich optimal von proximal nach distal (körpernah nach körperfern) übertragen werden. Im Idealfall erhält dann die Kugel den gesamten Impuls.

$$\underbrace{m_1 \cdot \vec{v}_1}_{\text{1. Bew.}} + \underbrace{m_2 \cdot \vec{v}_2}_{\text{2. Bew.}} + \underbrace{m_3 \cdot \vec{v}_3}_{\text{3. Bew.}} = \underbrace{m_4 + \vec{v}_4}_{\text{Kugel}}$$

Beim Kugelstoßen ist es wichtig, den gesamten Körper in Stoßrichtung zu beschleunigen. Der Weg dazu ist durch die Ringgröße begrenzt, er wird durch die Stoßtechnik (z.B. Drehstoßtechnik) maximiert.

Die zeitliche Koordination der Teilimpulse (Impulse der einzelnen Körpersegmente) entspricht dann einem Abbremsvorgang des Körpers und einem Beschleunigungsvorgang der Kugel. Der Athlet versucht also, bis zum Ringende einen möglichst großen Impuls aufzunehmen und sich dann „an der Kugel" abzubremsen. Im Verhältnis zur Körpermasse ist die Kugelmasse gering; der übetragene Impuls führt dadurch zu einer hohen Geschwindigkeit der Kugel.

